**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Математическая логика

Mathematical Logic

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 051655

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Целью дисциплины является обучение методам математической логики; развитие у обучающихся доказательного, логического мышления; подготовка к восприятию других математических дисциплин.

Основной задачей курса является изучение основных разделов математической логики; развитие навыков самостоятельного решения задач; обеспечение базы для усвоения формализованных спецификаций, алгоритмических методов и их компьютерных реализаций.

Отдельные параметры односеместрового курса могут варьироваться по степени сложности в зависимости от начальной подготовки обучающихся.

Основным методологическим принципом построения программы курса, равно как и всей концепции обучения в целом, является принцип поэтапного системного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого — к сложному и/или незнакомому, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком концептуальном уровне.

Главный принцип, который лежит в основе данной программы, — это следование концепции Европейского уровня работы с формализацией математических формулировок и тем образовательным стандартам, которые обозначены этим документом в рамках приобретения компетенций, которые включают практические и теоретические компоненты.

По окончании обучения учащиеся должны знать содержание дисциплины «Математическая логика» и иметь достаточно полное представление о возможностях применения ее разделов в различных прикладных областях науки и техники; уметь формализовывать условия и утверждения средствами математической логики и теории алгоритмов, строить выводы секвенций.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Максимальная эффективность обучения будет достигнута при условии владения учащегося базовых математических понятий для формулировки и формализации математических утверждений. Поэтому программа дисциплины рассчитана на обучающихся третьего года обучения.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

По окончании обучения обучающийся должен:

1. Знать содержание дисциплины «Математическая логика» и иметь достаточно полное представление о возможностях применения ее разделов в различных прикладных областях науки и техники.

2. Уметь применять основы математической логики для решения разнообразных математических задач.

3. Уметь формализовывать условия и утверждения средствами математической логики и теории алгоритмов, строить выводы секвенций.

4. Быть способным приобретать новые знания, используя современные образовательные технологии.

5. Иметь способность к анализу информации и адаптации к новым парадигмам.

6. Иметь исследовательские навыки.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Активных и интерактивных форм учебных занятий – 10 часов.

Самостоятельная работа в присутствии преподавателя: индивидуальная работа с доступными информационными и образовательными ресурсами, имеющимися в библиотеке, в открытом доступе в сети Интернет и локальной сети Университета с целью преодоления индивидуальных трудностей в освоении отдельных разделов предмета, а также удовлетворения личных познавательных потребностей; решение задач.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 5 | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 10 |  | 10 | 2 |
|  | 2-100 |  |  |  |  |  |  |  | 10-25 |  |  | 10-25 |  |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 10 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 5 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 5**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование темы (раздела, части)** | **Вид учебных занятий** | **Кол-во часов** асов |
| 1 | Введение. Место и роль математической логики в историко-научном развитии. | лекции | 22 |
| сам. раб. в присутствии преподавателя | 22 |
| 2 | Исчисление высказываний.  Понятие пропозициональной формулы. Равнозначность пропозициональных формул. Выразимость булевых функций через пропозициональную формулу. Секвенция и ее логическая и числовая интерпретация. Секвенциальное исчисление высказываний. Семантическое обоснование, непротиворечивость и полнота исчисления. | лекции | 64 |
| сам. раб. в присутствии преподавателя | 84  2 |
| 3 | Исчисление предикатов.  Понятие терма. Атомарная формула. Формула исчисления предикатов. Секвенция и ее логическая интерпретация. Секвенциальное исчисление предикатов. Формализация математических и других утверждений в языке исчисления предикатов. Построение выводов и семантических интерпретаций. | лекции | 66 |
| сам. раб. в присутствии преподавателя | 86  3 |
| 4 | Аксиоматические теории.  Исчисление предикатов с равенством (аксиомы равенства и согласованности с равенством). Аксиоматические теории (группы, упорядоченные множества). Формальная арифметика. Аксиомы элементарной теории чисел (формальной арифметики). Первая теорема Геделя о неполноте арифметики. Вторая теорема Геделя о непротиворечивости арифметики. Парадокс Рассела. Аксиоматическая теория множеств. Теоретико-множественные гипотезы. | лекции | 86 |
| сам. раб. в присутствии преподавателя  по методическим материалам | 26 |
| 5 | Элементы теории алгоритмов.  Данные для алгоритмов. Программы на языке Паскаль как алгоритмы.  Простейшие теоремы о невозможности алгоритмов. Понятие массовой проблемы. Алгоритмическая неразрешимость простейших массовых проблем: проблема применимости, непродолжимость универсального алгоритма до всюду применимого.  Различные варианты точного понятия алгоритма: нормальный алгоритм, машина Тьюринга, недетерминированная машина Тьюринга, альтернирующая машина Тьюринга, примитивно рекурсивные функции.  Неразрешимость проблемы равенства слов в алфавите. Неразрешимость проблемы тавтологичности в исчислении предикатов.  Перечислимые и разрешимые множества. Операции над перечислимыми множествами | лекции | 56 |
| сам. раб. в присутствии преподавателя | 66 |
| 6 | Элементы теории сложности алгоритмов.  Определение иерархии по времени и памяти детерминированных, недетерминированных и альтернирующих машин Тьюринга. Определение и примеры NP-полных и PSPACE-полных задач. | лекции | 36 |
| сам. раб. в присутствии преподавателя | 36 |
| 7 | Промежуточная аттестация | самост. работа | 10 |
| зачёт | 2 |
| **Итого** | | | **72** |

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины состоит в разборе основных понятий, принципов и типичных задач по темам курса и решения практических заданий с использованием компьютера. Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, учебные пособия, методические указания для учащихся, Интернет-ресурсы, электронные учебные пособия, с опорой на которые проводится аудиторная работа.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающегося, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться учащимися для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями, с другой стороны.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Проведение контрольных работ в аудитории по вариантам. Возможна замена контрольной работы по математической логике, индивидуальными заданиями, выполняемыми самостоятельно. Контрольные работы (индивидуальные задания) содержат набор стандартных задач, которые обучающейся должен уметь решать по изучении соответствующей темы. Поэтому для положительной аттестации требуется решить все задачи.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Аппарат контроля за усвоением материала включает в себя задачи и контрольные работы, необходимые для эффективного контроля за усвоением учебного материала. Этот раздел состоит из заданий, завершающих каждую тему и списка вопросов для теоретического зачёта.

Темы задач:

1. Метод математической индукции.

2. Элементарная комбинаторика.

3. Отношения эквивалентности. Частичные порядки.

4. Фильтры и ультрафильтры.

5. Ординалы. Теорема Цермело и лемма Цорна.

6. Предикаты и их выразимость.

7. Элементарная эквивалентность. Игра Эренфойхта.

8. Теорема компактности.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К преподаванию дисциплины могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Специальных требований нет.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

В аудиториях, где проводятся занятия, необходимо наличие досок для письма мелом. Помещения должны быть светлыми, с достаточным объёмом и притоком свежего воздуха.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Требуется светлая аудитория, не менее трёх досок размером м, удобные сидения и столы.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Специальных требований нет.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Специальных требований нет.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Требуется мел примерно 3 – 4 стандартных куска на 2 часа лекций и практических занятий, тряпки для вытирания досок – не менее трёх на 2 часа занятий.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Косовская Т.М. Обучение формализации и проверке правильности рассуждений средствами исчисления высказываний и предикатов: учебное пособие. – Спб.: Изд-во СПбГУ, 2013. – 128 с.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М., Наука, 2001. 256 с. (и др. издания).

2. Клини С. Математическая логика. – М., Наука, 1965. 391 с.

3. Косовский Н.К. Элементы математической логики и ее приложения к теории субрекурсивных алгоритмов. – Л., ЛГУ, 1980. 192 с.

4. Косовский Н.К., Тишков А.В. Логики конечнозначных предикатов на основе неравенств. – Изд-во С.-Петербургского университета, 2000. 268 с.

5. Косовский Н.К. Основы теории элементарных алгоритмов.– Л., ЛГУ, 1987. 152 с.

6. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М., Наука, 1965. 391 с.

7. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М., Мир, 1982. 416 с.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не предусмотрено.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Ловягин Юрий Никитич, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент мат-мех ф-та, каф. информатики, +7 905 255 02 94.